

Prof. Dr. Alfred Toth

Mediative Zeichen und semiotische „Schnapszahlen“

1. In Toth (2009) usw. wurde die Unterscheidung von triadischen ($\text{td } \mathbb{P}$) und trichotomischen Peirce-Zahlen ($\text{tt } \mathbb{P}$) eingeführt. Dabei gilt

$$\text{td } \mathbb{P} = \{1., 2., 3.\}$$

$$\text{tt } \mathbb{P} = \{.1, .2, .3\}$$

Zeichenklassen, Realitätsthematiken (sowie weitere Zeichenrelationen) entstehen durch die additive Assoziation (Bense 1981, S. 204), die natürlich nicht-kommutativ ist:

$$\text{td } \mathbb{P} \circledast \text{tt } \mathbb{P} = \{1., 2., 3.\} \circledast \{.1, .2, .3\} = \{1.1 \ 2.2 \ 3.3\}.$$

Allgemein gilt:

$$\text{Zkl}(a, b, c) = \text{td } \mathbb{P} \circledast \text{tt } \mathbb{P} = \{a., b., c.\} \circledast \{.a, .b, .c\}$$

$$\text{Rth}(a, b, c) = \text{tt } \mathbb{P} \circledast \text{td } \mathbb{P} = \{.a, .b, .c\} \circledast \{a., b., c.\}$$

2. Wenn wir uns nun die Menge \mathfrak{Z} anschauen:

$$\mathfrak{Z} = \{\text{td } \mathbb{P} \circledast \text{tt } \mathbb{P}\} = \{\{1., 2., 3.\} \circledast \{.1, .2, .3\}\},$$

dann enthält sie sämtliche möglichen Zeichenklassen, bestehend aus den $3^3 = 27$ möglichen Kombinationen, darunter also die 10 Peirceschen Zeichenklassen, welche durch die Ordnung (3.a 2.b 1.c mit $a \leq b \leq c$) und die Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), welche durch die Ordnung ($a = b = c$) aus ihnen herausgefiltert werden. Dabei ergeben sich also folgende Strukturen:

$$\begin{array}{l} (\underline{3}. \rightarrow .1) \rightarrow (\underline{2}. \rightarrow .1) \rightarrow (\underline{1}. \rightarrow .1) \\ \rightarrow .2 \qquad \qquad \qquad \rightarrow .2 \qquad \qquad \qquad \rightarrow .2 \\ \rightarrow .3 \qquad \qquad \qquad \rightarrow .3 \qquad \qquad \qquad \rightarrow .3 \end{array}$$

Zwischen den einzelnen Dyaden gibt es also folgende Übergänge:

1. $(\{.1, .2, .3\} \rightarrow 2.) / (\{.1, .2, .3\} \leftarrow 2.)$
2. $(\{.1, .2, .3\} \rightarrow 1.) / (\{.1, .2, .3\} \leftarrow 1.)$.

Dieser neue semiotische Zahlentypus, den ich Mediativzahl nenne, hat also die allgemeine Struktur

$$(.a \leftrightarrow b.) \text{ mit } a \in \{1, 2, 3\} \text{ und } b \in \{1, 2\}.$$

Nehmen wir neben $td \mathbb{P}$ und $tr \mathbb{P}$ noch die semiotischen Diagonalzahlen hinzu, dann haben wir also für die Hauptdiagonale (3.3 2.2 1.1)

$$(\underline{3}. \rightarrow .3) \rightarrow (\underline{2}. \rightarrow .2) \rightarrow (\underline{1}. \rightarrow .1)$$

3. $(.3 \rightarrow .2)$
4. $(.2 \rightarrow 1.)$,

so dass also zusammen gilt:

$$\mathcal{M} = \{ (.a \leftrightarrow b.) \} \text{ mit } a \in \{1, 2, 3\} \text{ und } b \in \{1, 2\}.$$

3. Zur semiotischen Relevanz von Schnapszahlen vgl. bereits Toth 2000. Sei nun $\int \subset \mathcal{M}$, so dass gilt:

$\int = \{ (.a \rightarrow .a), (.b \rightarrow .b), (.c \rightarrow .c), \dots, (.d \rightarrow .d) \}$ mit $a \neq b \neq c \neq d \neq \dots$, dann liegt eine mediative Schnapszahlenreihe vor, und man kann sich fragen, was für Zeichenrelationen solche erzeugen. Die Antwort lautet, dass eine Zeichenrelation die allgemeine Form

$$ZR = (a.b \ b.c \ c.d \ e.f, \dots), \text{ also } ((a, (a+1)), ((a+1), (a+2)), ((a+2), (a+3)), \dots$$

aufweisen muss. Wie man sofort erkennt, gibt es unter den $Zkl \subset ZR$ nur drei, für welche das gilt, nämlich

$$Zkl = (3.2 \ 2.1 \ 1.a) \text{ mit } a \in \{1, 2, 3\},$$

denn wegen der Konstanz der $td \mathbb{P}$ gilt ja

Zkl = (3.a 2.b 1.c),

und wegen $(a+1) = a = 2$, haben wir $(3.a) = (3.2)$ und wegen $(a+3) = (a+2) = 1$ zusammen $(3.2 2.1 1.a)$, also ist nur noch eine Variable offen, die mit 3 Werten aus \mathbb{P} belegt werden kann. Übrigens gehören $(3.2 2.1 1.1, 3.2 2.1 1.2, 3.2 2.1 1.3)$ der Komplementärmenge $ZR \setminus Zkl$ an, sie sind also keine Peirceschen Zeichenklassen.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Betrachtungen eines Mathematikers zum §11 ("Schnapszahl").

In: Centralblatt der Schweizerischen Akademischen Turnerschaft, 2000-2, S. 6-9

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Kl.%20Peirce-Z-Arithm..pdf> (2009)

24.1.2010